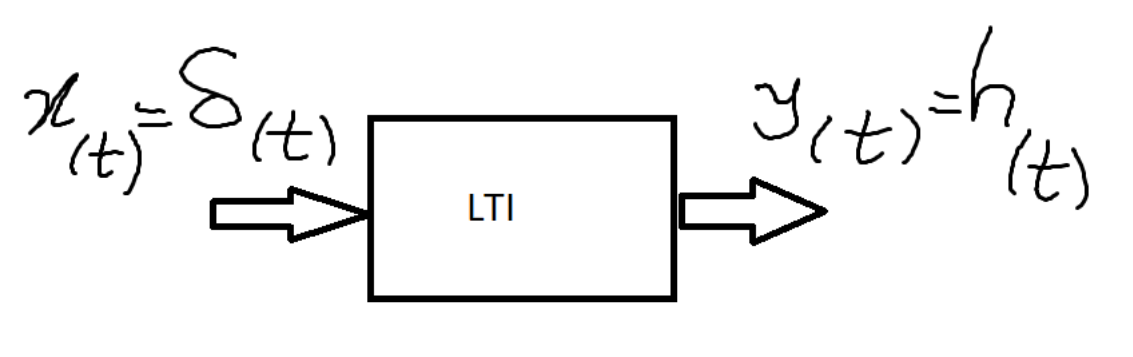
کانولوشن و سیستم های LTI

کانولوشن

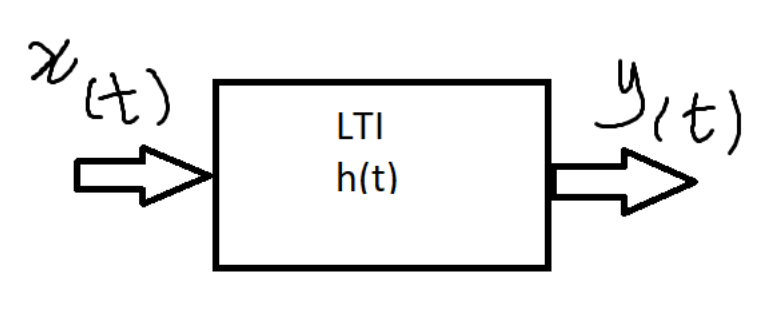
- پاسخ ضربه h(t) : پاسخ سیستم به ورودی ضربه واحد



- در سیستم های LTI خروجی سیستم به ورودی دلخواه را می توان با استفاده از پاسخ ضربه به دست آورد.

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

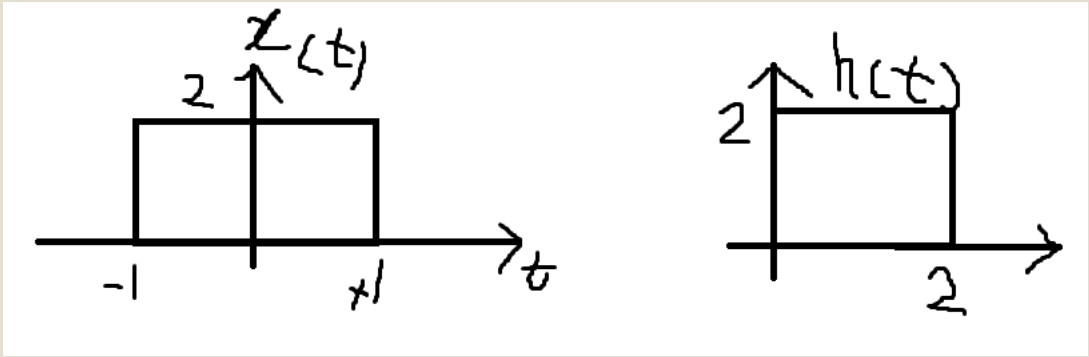
اثبات



- $y(t) = T\{x(t)\} = T\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\right\}$
  $= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)T\{\delta(t-\tau)\}d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t$

- مثال: در یک سیستم با پاسخ ضربه h(t)=u(t) اگر ورودی $x(t) = e^{-t}u(t)$ به آن اعمال کنیم، خروجی را محاسبه کنید.

مثال: با توجه به شکل ورودی و پاسخ ضربه ، خروجی را محاسبه کنید.

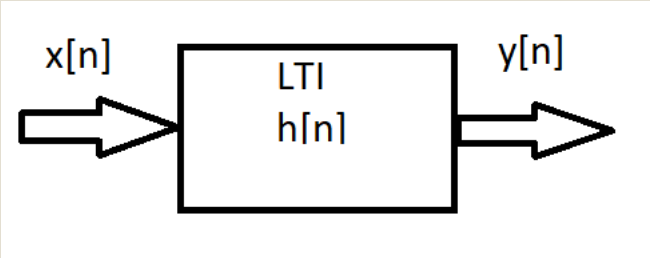


- مثال:

1. $x(t) * \delta(t) =$

2. $x(t) * u(t) =$

کانولوشن در سیستم های زمان گسسته



- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$
- فرمول جمع محدود:
- $\sum_{k=0}^{M} \alpha^k = \frac{1-\alpha^{M+1}}{1-\alpha}$
- فرمول جمع نامحدود:
- $\sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k = \frac{1}{1-\alpha}$

- مثال: ورودی یک سیستم LTI زمان گسسته برابر

$$x[n] = \alpha^n \, u[n], 0 < \alpha < 1$$

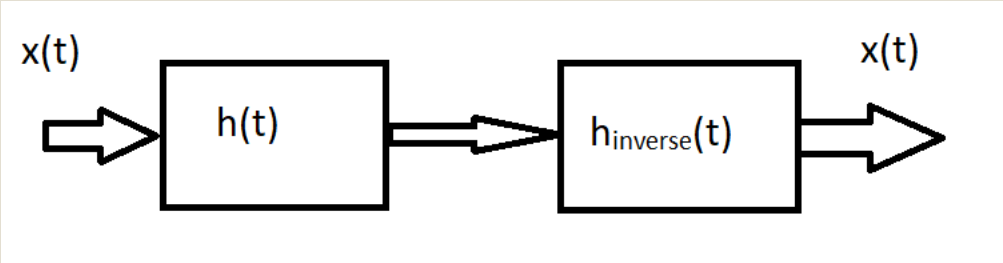
می باشد. اگر پاسخ ضربه سیستم h[n]=u[n] باشد، خروجی سیستم را محاسبه کنید.

ویژگی سیستم های LTI

- بیشتر ویژگی ها را می توانیم با داشتن $h(t)$ بیان کنیم:
- الف) حافظه:

سوال: در واقع باید بگوییم چه موقع $y(t)=k\,x(t)$ ؟

ب)عکس پذیری و سیستم عکس



- مثال:

$Y(t)= x(t-2)$

ج) علیت

- شرط مهم $h(t<0)=0$

- مثال:

1. $h(t)=e^{-t}\,u(t)$
2. $h(t)=u(t+2)$
3. $h(t)=e^{-(t+3)}u(t-1)$

پایداری

- شرط پایداری مهم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\, dt < \infty$$

- *مثال:*
- $h(t) = e^{-t}u(t)$
- $h(t) = u(t) - u(t-2)$